

Algorithmen und Datenstrukturen

Vorlesungsaufzeichnung

Björn Gernert
www.bjoern-gernert.de
mail@bjoern-gernert.de

05.11.2008

1 Einführung: Algorithmen

1.1 Was ist ein Algorithmus?

Wikipedia:

„Unter einem Algorithmus versteht man eine genau definierte Handlungsvorschrift zur Lösung eines Problems oder einer bestimmten Art von Problemen in endlich vielen Schritten.“

Beispiele:

- Kochrezept
- Bedienungsanleitung
- Notenblatt
- Programmablauf

<p>Kein Computer ohne Algorithmen! Keine Informatik ohne Algorithmen! Kein Informatikstudium ohne Algorithmen!</p>
--

Die Wikipediadefinition gibt einem zunächst eine anschauliche Vorstellung, gerade wenn man eine Vorstellung davon hat, was man für Probleme lösen möchte und wie eine Lösung aussieht. Allerdings sind die Begriffe zum Teil etwas vage...

1. Was ist „ein Problem“?

Also: 2. Was ist „eine Art von Problem“?

3. Was ist „die Lösung eines Problems“?

Konkretes Beispiel:

(1) Bestimme den größten gemeinsamen Teiler von 144 und 729! ← Konkret
Lösung: 9

(2) Bestimmen den größten gemeinsamen Teiler von x und y ! ← Allgemein
Lösung: Euklidische Algorithmus (siehe Vorlesung „Programmieren I“)

Also: Nicht verwirren lassen durch verschiedene (Gedanken-)Ebenen! Dabei hilft eine saubere Schreib- und Sprechweise:

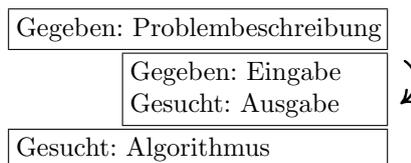
Problem 1.1 (Größter gemeinsamer Teiler)

Gegeben: Zwei positive, ganze Zahlen, x und y .

Gesucht: Die größte, ganze Zahl mit der Eigenschaft, dass z sowohl x als auch y teilt.

Eine derartig allgemein beschriebene Aufgabenstellung bezeichnen wir als Problem. Eine Aufstellung mit konstanten Variablengrößen bezeichnen wir als Instanz eines Problems.

Die Lösung eines Problems in einem systematischen Verfahren, das einem für jede beliebige Instanz eine Lösung für diese Instanz liefert:



An so ein systematisches Lösungsverfahren stellt man noch einige Anforderungen: (Eigenschaften nach Donald E. Knuth, * 10.01.1938)

Ein Algorithmus besitzt die folgenden Eigenschaften:

- Endlichkeit: Er endet immer nach einer endlichen Anzahl von Schritten.
- Bestimmtheit: Jeder Schritt eines Algorithmus ist präzise definiert und die auszuführenden Handlungen sind für jede Situation streng und unmissverständlich beschrieben.
- Funktionalität: Ein Algorithmus hat keinen, einen oder mehrere Inputs, d.h. Größen die ihm gegeben werden, bevor er startet. Diese Inputs werden aus einer vorbestimmten Menge gewählt. Ein Algorithmus hat einen oder mehrere Outputs, d.h. Größen, die in einer bestimmten Relation um Input stehen.
- Effektivität: Alle auszuführenden Operationen müssen hinreichend elementar sein, dass Sie im Prinzip präzise und in endlicher Zeit von einer Person mit Papier und Bleistift ausgeführt werden können.

Über einige von diesen Eigenschaften kann man diskutieren:

Zum Beispiel gibt es sogenannte „randomisierte Algorithmen“, bei denen zu bestimmten Zeitpunkten „gewürfelt“ wird und das Ergebnis den nächsten Schritt bestimmt.

Noch zwei wichtige Aspekte: Raum und Zeit!

1. Ein Algorithmus darf nur endlich viel Zeit in Anspruch nehmen.
2. Ein Algorithmus darf in jedem Schritt nur endlich viel Speicherplatz in Anspruch nehmen.

Beides misst man mit dem Begriff der Komplexität: Der mindestens für einen Algorithmus benötigten Speicherplatz nennt man seine Speicherkomplexität; die mindestens benötigte Zahl von Schritten ist seine Zeitkomplexität.

1.2 Historie

- ca. 300 v. Chr. Euklidischer Algorithmus
(ältester bekannter nicht triviale Algorithmus)
- ca. 825 Al-Chowarizmi „Über das Rechnen mit indischen Zahlen“